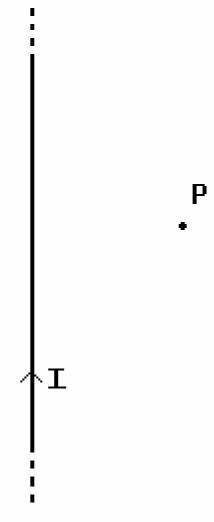
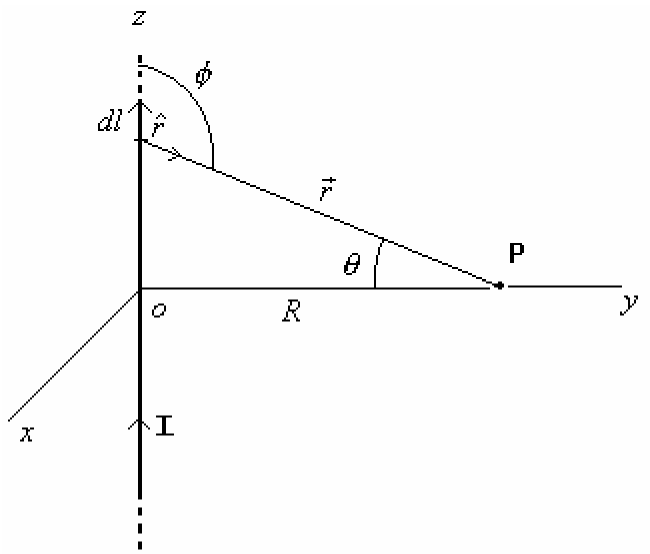
RELACIÓN 5, EJERCICIO 4

4.- Determinar el campo **B** asociado a un trozo de alambre recto de longitud **L** que lleva una corriente **I**.



- Tenemos un alambre recto, por el cual pasa una corriente hacia arriba, y tenemos un punto P cualquiera donde queremos calcular el campo magnético, así que:

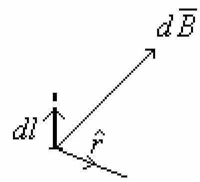


- Dibujando los ejes y los demás elementos tenemos la figura anterior. Ahora recordando la expresión para calcular el campo magnético:

$$\boxed{d\overline{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\ \overline{dl}\times\hat{r}}{r^2}} \qquad (1) \qquad \text{con} \qquad B = \int_{Circuito} d\overline{B}$$

- También tenemos que en coordenadas cilíndricas: $\overline{dl} = dz\ \hat{u}_z$

El signo negativo de la dirección del campo magnético
viene de aplicar la "regla del tornillo" a la siguiente situación:

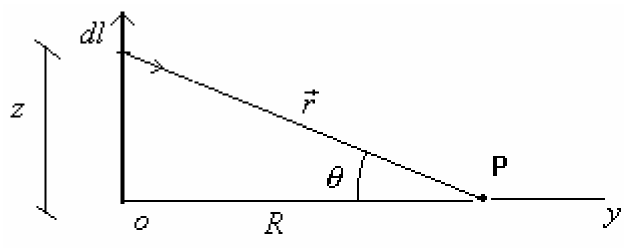


$$\overline{dB} = dB\ \hat{u}_\varphi$$

- Con la definición del producto vectorial: $\overline{dl}\times\hat{r} = \left|\overline{dl}\right|\cdot\left|\hat{r}\right|\cdot sen\phi = dl\cdot sen\phi$
-
- Sustituyendo en (1): (en función del otro ángulo: $sen\phi = \cos\theta$

$$\boxed{d\overline{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\ dl\ \ \cos\theta}{r^2}\hat{u}_\varphi} \qquad (2)$$

- Pasamos a ver la suma de todas las contribuciones de cada elemento de intensidad:



- Entonces tenemos según el dibujo que:

$$dl = dz$$

$$z = R\ tg\theta$$

$$dz = R\ \sec^2\theta\ d\theta$$

como $\sec\theta = \dfrac{1}{\cos\theta} = \dfrac{r}{R}$ *entonces* $dz = R\left(\dfrac{r}{R}\right)^2 d\theta = \dfrac{r^2}{R}d\theta$

- Sustituyendo esto anterior en (2) tendremos entonces:

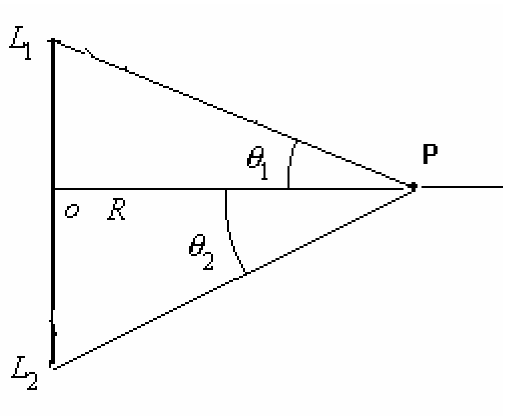
$$d\overline{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\cos\theta}{R}\hat{u}_\varphi$$

Siendo R una distancia fija.

- Integrando para calcular el valor de B:

$$\overline{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{\text{circuito}}\cos\theta\ \hat{u}_\varphi$$

Si el cable tiene una longitud L, según el dibujo:



$$L = L_1 + L_2$$

$$\overline{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\left[\cos\theta\right]_{\theta_2}^{\theta_1}\ \hat{u}_\varphi =$$

$$\boxed{= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\left[sen\theta_1 - sen\theta_2\right]}$$